問）$m > n$ となる自然数 m n で、 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{p}$ となるとき、

m が偶数であることを示せ。ただし、p は素数とする。

式を整理すると、$mn = p(m+n)$

ア）$p = 2$ のとき、$mn = 2(m+n)$ ゆえに $(m-2)(n-2) = 4$

$(m, n) = (6, 3)$ ゆえに、m は偶数である。

イ）p が 3 以上の素数のとき、その p は奇数である。

（m − p）（$n - p$）$= p^2$

$m - p = p^2$、$n - p = 1$

$m = p + p^2 = p(1+p)$ 、 $1+p$ は偶数なので、m は偶数である。

ゆえに、すべての素数 p で、m が偶数であることがわかる。