

問) 複素数  $(\frac{1+\sqrt{7}i}{2})^7$  の実部を求めよ。

解)  $\alpha = \frac{1+\sqrt{7}i}{2}, \beta = \frac{1-\sqrt{7}i}{2}$  とおく。

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 2$$

$$A_n = \alpha^n + \beta^n \text{ とおくと } A_{n+2} = A_{n+1} - 2A_n$$

$$A_1 = 1, A_2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1^2 - 2 * 2 = -3$$

$$A_3 = A_2 - 2A_1 = -3 - 2 * 1 = -5$$

$$A_4 = A_3 - 2A_2 = -5 - 2 * (-3) = 1$$

$$A_5 = A_4 - 2A_3 = 1 - 2 * (-5) = 11$$

$$A_6 = A_5 - 2A_4 = 11 - 2 * 1 = 9$$

$$A_7 = A_6 - 2A_5 = 9 - 2 * 11 = -13$$

$A_7$  の値は、 $(\frac{1+\sqrt{7}i}{2})^7$  の実部の 2 倍の値なので、

求める値は  $-\frac{13}{2}$  となる。