

問) 不定方程式 $11^5x - 2^5y = 1$ …① となる (x,y) の組をひとつ求めよ。

解) 11^4 を 2^4 で割ると、余りが1となるのを利用する。

$$11^4 = 2^4k + 1 \quad \text{とおくと} \quad k = 915$$

両辺を2乗すると

$$11^8 = 2^8k^2 + 2^5k + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \quad 11^8 - 11^5x = (2^8k^2 + 2^5k + 1) - (2^5y + 1)$$

$$\text{より} \quad 11^5(11^3 - x) = 2^5(2^3k^2 + k - y) \quad \text{となる。}$$

11^5 と 2^5 は互いに素なので、 $11^3 - x = 2^5n$ 、 $2^3k^2 + k - y = 11^5n$ とおける。

$$x = 11^3 - 2^5n \quad \text{で} \quad n = 41 \quad \text{とすると} \quad x = 1331 - 32 \times 41 = 19$$

$$\textcircled{1} \text{より} \quad 2^5y = 11^5x - 1 = 161051 \times 19 - 1 = 3059968 \quad y = 95624$$

$$\text{ゆえに} \quad \underline{(x,y) = (19, 95624)}$$